

АНАЛИЗ, МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

УДК 517.977.5:616-036.2

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ УРОВНЯ ЗАБОЛЕВАЕМОСТИ В ПЕРИОД ЭПИДЕМИЙ

Белюсова Е. П., кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры системного анализа и управления, Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия

E-mail: e.p.belousova@gmail.com

ID 272845

Данилов А. А., магистрант, Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия

E-mail: danilov98@gmail.com

ID: отсутствует

Поступила в редакцию 21.01.2021. Принята к публикации 15.03.2021

Аннотация

Предмет. Моделирование развития эпидемиологической ситуации.

Тема. Создание математической модели развития заболевания.

Цели. Изучение качественных и адекватных математических моделей эпидемии.

Методология. Математические методы моделирования процесса распространения заболевания.

Результаты. Рассмотрены модель Барояна-Рвачева и вероятностно-популяционная модель процесса распространения заболевания. Проведена исследовательская работа по численному моделированию управления процессом заболевания с помощью программы «Здоровье».

Выводы. При удачном выборе исходных условий и благоприятном стечении обстоятельств разработанная программа показывает довольно высокий уровень эффективности прогнозирования уровня заболеваемости.

Ключевые слова: заболевание, эпидемия, математическая модель, оптимальное управление, эксперимент.

UDC 517.977.5:616-036.2

BUILDING A MODEL FOR ASSESSING THE LEVEL OF MORBIDITY DURING EPIDEMICS

Belousova E. P., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of System Analysis and Management, Voronezh State University, Voronezh, Russia

E-mail: e.p.belousova@gmail.com

ID 272845

Danilov A. A., Master's Student, Voronezh State University, Voronezh, Russia

E-mail: danilov98@gmail.com

ID missing

Annotation

Subject. *Modeling the development of the epidemiological situation.*

Topic. *Creating a mathematical model of the development of the disease.*

Goals. *Study of qualitative and adequate mathematical models of the epidemic.*

Methodology. *Mathematical methods of modeling the process of spreading the disease.*

Results. *The Baroyan-Rvachev model and the probabilistic-population model of the disease propagation process are considered. The research work on the numerical simulation of the disease process control using the program «Health» was carried out.*

Conclusions. *With a successful choice of baseline conditions and a favorable combination of circumstances, the developed program shows a fairly high level of effectiveness in predicting the level of morbidity.*

Key words: *disease, epidemic, mathematical model, experimental control, experiment.*

DOI: 10.22394/1997-4469-2021-52-1-195-206

Введение

Сохранение и укрепление здоровья населения — важнейшая социально-экономическая проблема, неотъемлемой частью которой является уменьшение инфекционной заболеваемости. В решении этой задачи предупредительные меры играют главную роль. Прогнозируемые динамики распространения заболевания позволяют разработать и применить адекватные меры противодействия, обеспечить правильное использование материальных и людских ресурсов. Информационной основой прогноза в рассматриваемой области служат статистические данные, регулярно получаемые соответствующими структурами. Трудность моделирования распространения заболеваний прослеживается давно (начало использования математических методов при исследовании эпидемий было положено в середине XVII в.). За это время методы моделирования заболеваний неоднократно совершенствовались, возникали варианты моделей, так или иначе отображающие особенности исследуемых процессов. Впрочем, сделать вывод, что поставленная проблема решена полностью пока нельзя.

Для ослабления эпидемии и надзора за ней важно изучать качественные и адекватные математические модели эпидемии. В настоящее время благодаря достижениям в сфере математического моделирования это является осуществимой задачей.

Постановка задачи изучения моделей эпидемии

В истории человечества известно немало эпидемий, уносящих жизни большого чис-

ла людей во всем мире. Во время эпидемий погибали целые народы.

Учитывая уроки прошлого, бесспорны значимость и необходимость выполнения профилактических мероприятий. В прежние времена мероприятия по ограничению распространения инфекции проводили самыми обыкновенными методами — изоляция и карантин, улучшение персональной гигиены, применение дезинфицирующих средств, попытки не формировать большого скопления людей.

Почти для всей территории Российской Федерации (РФ) существует опасность возникновения экстренных ситуаций в сфере общественного здравоохранения, ассоциированных с вирусными инфекциями. Диапазон этой опасности, определяемый вероятностью формирования местных прецедентов инфекций и их привоза с эндемичных территорий, неодинаков как для разных субъектов РФ, так и для обособленных муниципальных районов каждого из субъектов.

Профилактические мероприятия — значимая составляющая системы здравоохранения, нацеленная на становление у населения медико-социальной инициативности и мотивации на здоровый образ жизни. Вопросы предупреждения инфекций на основе выполнения правил личной гигиены и разумной диететики занимали значимое место в медицине древнего мира. Впрочем, модернизация научных концепций профилактики началась лишь в XIX в. благодаря развитию общебиологических наук, медицинской науки в целом и возникновению её многочисленных дисциплин, занимающихся частными вопросами физиологии, санитарии и эпидемиологии.

В зависимости от состояния здоровья, возникновения факторов риска заболевания или выраженной патологии можно изучить три вида профилактики:

1. Первичная профилактика — схема мер предупреждения зарождения и формирования заболеваний (дезинсекция, дератизация, вакцинация, разумный режим труда и отдыха, разумное качественное питание, физическая активность, охрана окружающей среды и т. д.). Перечень мероприятий первичной профилактики может обеспечиваться в масштабах государства.

2. Вторичная профилактика — комплекс действий, нацеленных на предотвращение выраженных факторов риска, которые при определенных обстоятельствах (стресс, снижение иммунитета, избыточные нагрузки на организм) могут привести к формированию заболеваний. Это динамическое наблюдение, направленное лечение, разумное постепенное оздоровление.

3. Некоторые эксперты рекомендуют термин третичная профилактика как комплекс мероприятий по реабилитации больных, потерявших способность к нормальной жизнедеятельности. Третичная профилактика решает задачу социальной (повышение уверенности в собственной социальной пригодности), трудовой (вероятность восстановления трудовых навыков), психологической (восстановление коммуникативной активности) и медицинской (восстановление функций органов и систем организма) реабилитации.

В современном мире существует два основных способа профилактики распространения заболеваний:

1. Иммунопрофилактика.
2. Программа «Здоровье»

Иммунопрофилактика — это вид профилактики вирусных заболеваний, непосредственно связанный с созданием в организме человека иммунитета (невосприимчивости) к определенному вирусу с помощью иммунизации и называемый специфической иммунопрофилактикой инфекционных заболеваний.

Программа «Здоровье» включает в себя пропаганду здорового образа жизни, личной гигиены. Просвещает в области поведения человека в условиях возможного заражения различными видами заболеваний путем радио-, телепередач, проведения кур-

сов лекций, семинаров, мероприятий по созданию благоприятных, безопасных условий труда на рабочих местах, в школах, в детских садах.

Очевидно, что предупреждать вирусные заболевания только медицинскими мерами невозможно. В решении создавшейся проблемы необходимо участие экспертов различной научной и практической ориентированности.

Актуальность темы исследования

Математические методы для исследования заболеваний были впервые использованы в 1760 году Даниэлем Бернулли, который анализировал с их помощью результативность разнообразных методов прививки против оспы. В 1840 году Уильям Фарр успешно охарактеризовал данные по смертности от оспы в Англии и Уэльсе за промежуток с 1837 по 1839 год кривой нормального распределения. Этот способ был развит Джоном Браунли, напечатавшим в 1906 году статью «Статистический подход к иммунной защите: теория эпидемий» (Brownlee, 1906), в которой он соотносил ряды эпидемиологических данных на основе распределения Пирсона. Два других учёных того времени, Хамер и Росс, используя одними из первых математическое описание распространения заболеваний, сумели решить задачи по выяснению механизмов систематического повторения эпидемии кори и выявлению взаимосвязи между числом комаров и возникновением малярии. Труды Хамера и Росса, наряду с более поздними работами Росса и Хадсона, Сопера, а также Кермака и Маккендрика (Kermack, McKendrick, 1927), послужили теоретической основой для дальнейших исследований в сфере математического моделирования эпидемий. В упомянутых работах для задач эпидемиологии был впервые применён так называемый «закон действующих масс», согласно которому число вновь инфицированных в популяции прямо пропорционально произведению текущих численностей восприимчивых и инфицированных индивидов. Модель Кермака и Маккендрика дала начало широкому применению детерминированных SIR-моделей («Susceptible — Infected — Recovered»), в которых с помощью систем дифференциальных уравнений (непрерывное время) или

разностных уравнений (дискретное время) описывается динамика групп восприимчивых, инфицированных и выздоровевших индивидов. В начале двадцатых годов XX века исследователями—эпидемиологами было установлено, что для описания распространения эпидемий внутри небольших групп населения, например, семей (эта задача актуальна для таких заболеваний, как корь), вместо детерминированного описания [3] целесообразнее использовать вероятностное. В 1926 году Маккендрик сформулировал стохастический вариант SIR-модели с непрерывным временем для вывода уравнений, описывающих продолжительность эпидемии, применительно к гриппу и малярии, но его работа не сразу получила признание. Большое влияние на развитие класса моделей с вероятностным описанием оказала работа Гринвуда 1931 года, посвящённая изучению вспышки эпидемии кори, а также модель Рида и Фроста, разработанная авторами примерно в 1928—1930 годах, но опубликованная лишь в 1952 году. Новое направление [6] имитационного моделирования не сразу получило признание в научном сообществе, вероятнее всего из-за недостаточного количества данных для настройки индивидуум—ориентированных моделей и невысокой производительности ЭВМ того времени. Начало и середина 80-х годов были ознаменованы появлением первых математических моделей оценки эффективности различных методов борьбы с раком, в том числе массовых обследований, направленных на обнаружение злокачественных образований. Эти модели разрабатывались как на основе детерминированного, так и на основе вероятностного подходов.

Методы моделирования эпидемий

Наиболее известный в отечественных кругах метод моделирования эпидемий основан на использовании дифференциальных уравнений. В этих моделях динамика распространения заболевания описывается системой дифференциальных уравнений, где в качестве переменных состояний выступают числа больных и здоровых людей на моделируемой территории. Решение такой системы уравнений определяет уровень инфекционной заболеваемости в каждый момент времени. Данная методология была разработана в 1960-е гг. в СССР ака-

демиком О. В. Барояном и профессором Л. А. Рвачевым. Для ее создания использовался метод научной аналогии эпидемического процесса («перенос» возбудителя инфекции от больных к здоровым) процессу «переноса» материи (энергии, импульса и др.), описываемому уравнениями математической физики.

В модели Барояна — Рвачева и в большинстве других моделей такого типа вся популяция на моделируемой территории делится на группы. Обычно выделяют четыре группы людей:

Susceptible — здоровые люди, восприимчивые к заболеванию (обозначим их количество S);

Exposed — люди, заболевание у которых находится в инкубационном периоде (обозначим их количество E);

Infectious — инфекционные больные (обозначим их количество I);

Recovered — переболевшие моделируемым заболеванием люди, более к нему не восприимчивые (обозначим их количество R).

Приращение числа людей в каждой из выделенных групп можно описать с помощью следующей системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{\lambda}{p(t)} S(t) \int I(t, \tau) d\tau, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial E(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial E(t, \tau)}{\partial \tau} = -\gamma(\tau) E(t, \tau), \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial I(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial I(t, \tau)}{\partial \tau} = \gamma(\tau) E(t, \tau) - \delta(\tau) I(t, \tau), \quad (1.3)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \int \delta(\tau) I(t, \tau) d\tau, \quad (1.4)$$

где t — календарное время развития эпидемии, λ — средняя частота передачи возбудителя от инфицированных больных к чувствительным индивидам, p — численность популяции, τ — локальное время, прошедшее с момента заражения индивида, $\gamma(\tau)$ — функция развития периода инкубации, $\delta(\tau)$ — функция развития инфекционного периода. Главное достоинство модели — способность достаточно точно отражать некоторые аспекты эпидемии при относитель-

ной ее простоте. Несмотря на то, что модель Барояна—Рвачева создавалась для моделирования распространения гриппа, методология ее построения может быть использована (и уже была использована) для моделирования распространения большинства инфекционных заболеваний.

Существуют вероятностные, популяционные, аналитические или имитационные, непространственные или пространственные, непрерывные по времени или дискретные вероятностные популяционные модели.

Они предназначены для моделирования процесса распространения заболеваний в однородных или слабо структурированных популяциях с произвольным количеством индивидов и особенно полезны для моделирования эпидемий в популяциях малых численностей и/или начальных стадий эпидемий с малым числом инфицированных.

Структура: общая идея построения стохастических популяционных SIR-моделей и их обобщений аналогична их детерминированным аналогам: популяция рассматривается как совокупность групп, внутри каждой из которых индивиды считаются неразличимыми между собой. Различие проявляется в описании законов перехода индивидов между группами. В качестве математического аппарата применяются системы стохастических разностных уравнений, цепи Маркова, случайные процессы в дискретном и непрерывном времени (процессы Гальтона—Ватсона, процессы рождения и гибели и пр.).

Достоинства и недостатки: в отличие от детерминированных SIR-моделей, в стохастических имитационных моделях корректно учитывается фактор случайности.

$$P(t) = 1 - \exp\left(-\frac{\beta(t)}{N}hI(t)\right), p_C = 1 - \exp(-gh), p_R = 1 - \exp(-\gamma h), \quad (1.9)$$

где $\beta(t)$ — коэффициент интенсивности передачи инфекции;

$1/g$ — средняя продолжительность инкубационного периода;

$1/\gamma$ — средняя продолжительность периода инфицированности.

2. Модель распространения ВИЧ с учётом социальной адаптации населения.

Население некоторого региона делится на восемь групп индивидов, отличающих-

В тоже время стохастические популяционные модели сложнее для аналитического исследования по сравнению с аналогичными детерминированными. Полноценное аналитическое исследование возможно лишь для некоторых простых типов моделей. В общем же случае для оценки динамики численностей групп обычно прибегают к имитационному моделированию с помощью методов Монте-Карло. Имитационные модели на базе SIR-моделей обладают высокой производительностью, в результате чего они до сих пор широко применяются в программных комплексах.

Варианты моделей:

1. Модель распространения лихорадки Эбола:

$$S(t+h) = S(t) - B(t), \quad (1.5)$$

$$E(t+h) = E(t) + B(t) - C(t), \quad (1.6)$$

$$I(t+h) = I(t) + C(t) - D(t), \quad (1.7)$$

$$S(t) + E(t) + I(t) + R(t) = N, \quad (1.8)$$

где h — шаг по времени (в модели взят за один день);

$B(t) \sim \text{Bin}(S(t), P(t))$ — количество восприимчивых индивидов, инфицированных за промежуток времени $(t; t+h)$;

$C(t) \sim \text{Bin}(E(t), p_C)$ — количество индивидов, перешедших в активную фазу заболевания за промежуток времени $(t; t+h)$;

$D(t) \sim \text{Bin}(I(t), p_R)$ — количество индивидов, удалённых из популяции (вследствие выздоровления или гибели).

Вероятности, являющиеся параметрами распределений, приведённых трёх случайных величин, имеют следующее представление:

ся степенью социальной адаптации, а также наличием или отсутствием заражения ВИЧ-инфекцией. Выделяются следующие группы индивидов:

A1 — социально адаптированные, восприимчивые к ВИЧ;

A2 — восприимчивые с высоким риском развития патологии;

A3 — восприимчивые с установленным хроническим алкоголизмом;

A4 — восприимчивые с установленной наркотической зависимостью;

A5 — социально адаптированные, инфицированные ВИЧ;

A6 — инфицированные с высоким риском развития патологии;

A7 — инфицированные с установленным хроническим алкоголизмом;

A8 — инфицированные с установленной наркотической зависимостью.

Единица времени принята равной одним суткам.

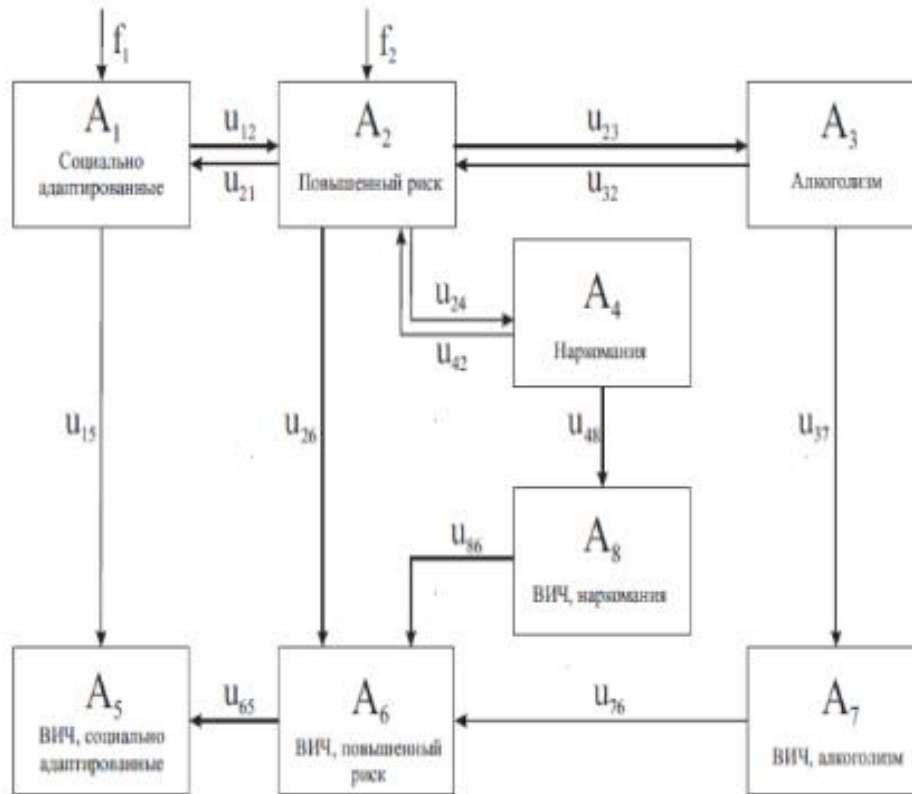


Рис. 1. 1 — схема вероятностной модели ВИЧ

Система вероятностных разностных уравнений имеет следующий вид

$$x_1(t) = \hat{x}_1(t) - u_{12}(t) - u_{15}(t) + u_{21}(t) + f_1(t), \quad (1.10)$$

$$x_2(t) = \hat{x}_2(t) - u_{21}(t) - u_{23}(t) - u_{24}(t) - u_{26}(t) + u_{12}(t) + u_{32}(t) + u_{42}(t) + f_2(t), \quad (1.11)$$

$$x_3(t) = \hat{x}_3(t) - u_{32}(t) - u_{37}(t) + u_{23}(t), \quad (1.12)$$

$$x_4(t) = \hat{x}_4(t) - u_{42}(t) - u_{48}(t) + u_{24}(t), \quad (1.13)$$

$$x_5(t) = \hat{x}_5(t) + u_{15}(t) + u_{65}(t), \quad (1.14)$$

$$x_6(t) = \hat{x}_6(t) - u_{65}(t) + u_{26}(t) + u_{76}(t) + u_{86}(t), \quad (1.15)$$

$$x_7(t) = \hat{x}_7(t) - u_{76}(t) + u_{37}(t), \quad (1.16)$$

$$x_8(t) = \hat{x}_8(t) - u_{86}(t) + u_{48}(t), \quad (1.17)$$

$$x_i(0) = x_i^{(0)}, \quad i = 1, 2, \dots, 8; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (1.18)$$

где x_i — численность индивидов группы A_i в момент времени $t = 0, 1, 2, \dots$

Слагаемые $f_i \geq 0, i = 1, 2, \dots$ отражают приток населения в соответствующие группы за промежуток времени $(t-1; t]$ и представляют собой некоторые случайные процессы с заданными вероятностными характеристиками. Случайные величины $\hat{x}_j(t)$ означают количество индивидов группы A_j , доживших от момента времени $t-1$ до момента времени t , случайные величины $u_{jk}(t)$ описывают количество индивидов, переходящих из группы A_j в группу A_k в течение промежутка времени $(t-1; t]$. Количество вновь инфицированных из групп A_1, \dots, A_4 на каждом отдельном промежутке времени (величины $u_{15}(t), u_{26}(t), u_{37}(t), u_{48}(t)$) задаются похожим образом.

Рассмотрим теперь модель процесса распространения заболевания с элементами управления, предложенную в [1].

Задача оптимального управления для модели, описываемой системой обыкновенных дифференциальных уравнений, ставится следующим образом: требуется найти минимум функционала $J(\omega)$, определенного на заданном отрезке $[t_0, t_1]$, зависящего от процесса $\omega = (x(t), u(t))$ состоящего из интегрального и терминального слагаемых

$$J(\omega) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, x(t), u(t)) dt + \Phi(x(t_0), x(t_1)), \quad (2.1)$$

где $0 < t_0 < t_1$ и значения t_0, t_1 фиксированы. Абсолютно непрерывная вектор-функция решения $x(t): I \rightarrow R^n$ и кусочно-непрерывная вектор-функция управления $u(t): I \rightarrow R^r$ удовлетворяют динамическим ограничениям

$$\dot{x}_i(t) = f_i(t, x(t), u(t)), t \in I, i = \overline{1, n}, \quad (2.2)$$

начальным условиям

$$x(t_0) \in X_0 \in R^n, \quad (2.3)$$

ограничениям на управление

$$u(t) \in U(t) \in R^r, t \in I, \quad (2.4)$$

граничным условиям

$$x(t_1) \in X_1 \in R^n. \quad (2.5)$$

Задача оптимального управления с фиксированным правым концом состоит в минимизации функционала

$$J(\omega) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, x(t), u(t)) dt + \Phi(x(t_1)) \quad (2.6)$$

при ограничениях

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), t \in I; \quad (2.7)$$

$$x(t_0) = x^0 \in R^n; \quad (2.8)$$

$$u(t) \in U(t) \in R^r. \quad (2.9)$$

Управление процессом распространения заболевания строится по следующему принципу. Обозначим через $x(t), y(t), z(t)$ соответственно число людей подверженных заболеванию, инфицированных и выздоравливающих. Пусть функция $f(x, y)$ характеризует число встреч людей подверженных заболеванию (класс 1) и инфицированных людей (класс 2). Будем рассматривать эту функцию в виде $f(x, y) = \beta xy$. При этом предполагается, что заболевание передается только при встрече инфицированного и здорового человека, а постоянный коэффициент β характеризует частоту встреч людей группы 1 и группы 2.

Динамика процесса распространения эпидемии описывается следующей системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = -f(x, y), \dot{y} = f(x, y) - \gamma y, \dot{z} = \gamma y, \gamma > 0, \quad (2.10)$$

где $\gamma > 0$ — относительная скорость выздоровления, $x(0)$ — начальное количество здоровых людей, $y(0)$ — начальное количество инфицированных здоровых людей, $z(0)$ — начальное количество выздоравливающих здоровых людей, γy — число людей, которые имеют иммунитет или выздоравливают в результате какого-либо иного процесса, величина γ^{-1} может изменяться от 10 дней (ангина, простуда) до нескольких недель (холера, малярия) или даже месяцев и лет (до 8 лет AIDS). Более подробно остановимся на таком способе управления процессом распространения заболевания, как программа «Здоровье».

Моделирование задач управления процессом заболевания с помощью программы «Здоровье»

Программа «Здоровье» — это комплекс лекций, семинаров, радио-, телепередач, информационных ресурсов и тренингов, посвященных тому, чтобы обучить людей навыкам, необходимым для поддержания здорового образа жизни и предотвращения заражения этих людей различными видами заболеваний.

Из-за недостаточного количества финансовых и технических возможностей, количество проведенных лекций и теле-, радио передач ограничено, т. е. функция управления удовлетворяет условию

$$0 \leq u(t) \leq u_0, \quad (2.11)$$

где u_0 характеризует максимальное число лекций и теле-, радиопередач которые могут быть проведены в единицу времени. Стоимость заболевания рассчитывается из цены ухода за инфицированными людьми и затрат на проведение лекций и теле-, радиопередач. Принимая стоимость ухода за больными равной единице, запишем общую стоимость эпидемии за фиксированное время T в виде

$$I(u) = \int_0^T (y(t) + cu(t)) dt. \quad (2.12)$$

Исходя из того, что $f(x, y) = \beta xy, \dot{z} = \gamma y$

$$\dot{x} = -u\beta xy, \quad (2.13)$$

$$\dot{y} = u\beta xy - \gamma y. \quad (2.14)$$

Представить решение поставленной задачи в аналитической форме на данном этапе не представляется возможным, по-

скольку оно не представимо через элементарные функции. Поэтому задачу целесообразно решать численным способом.

$$0 < \omega(u) \leq 1, \omega(0) = 1, \omega'(u) < 0, \omega''(u) \geq 0, \omega'''(u) \leq 0. \quad (2.15)$$

Пусть, например, функция $\omega(u) = \frac{1}{u+1}$.

Предположим, что:

$x_0 = 1000$ — начальное количество здоровых людей равно,

$y_0 = 17$ — инфицированных,

$z_0 = 0$ выздоровевших пока что нет.

Программа «Здоровье» регулирует количество лекций, курсов, радио-, телепередач в день. Для начала возьмем $u_0 = 80$. Коэффициент β характеризующий частоту встреч здоровых и инфицированных людей возьмем равным отношению числа инфици-

рованных людей к общему количеству здоровых и инфицированных людей

$$\beta = \frac{y}{x+y}. \quad (2.16)$$

Численное решение задачи управления процессом распространения заболевания рассмотрим на примере ангины. Время выздоровления от ангины равно 10 дням, значит $\gamma^{-1} = 10$, а $\gamma = 1/10$. Выполнив необходимые расчеты составим график зависимости изменения групп людей от времени.

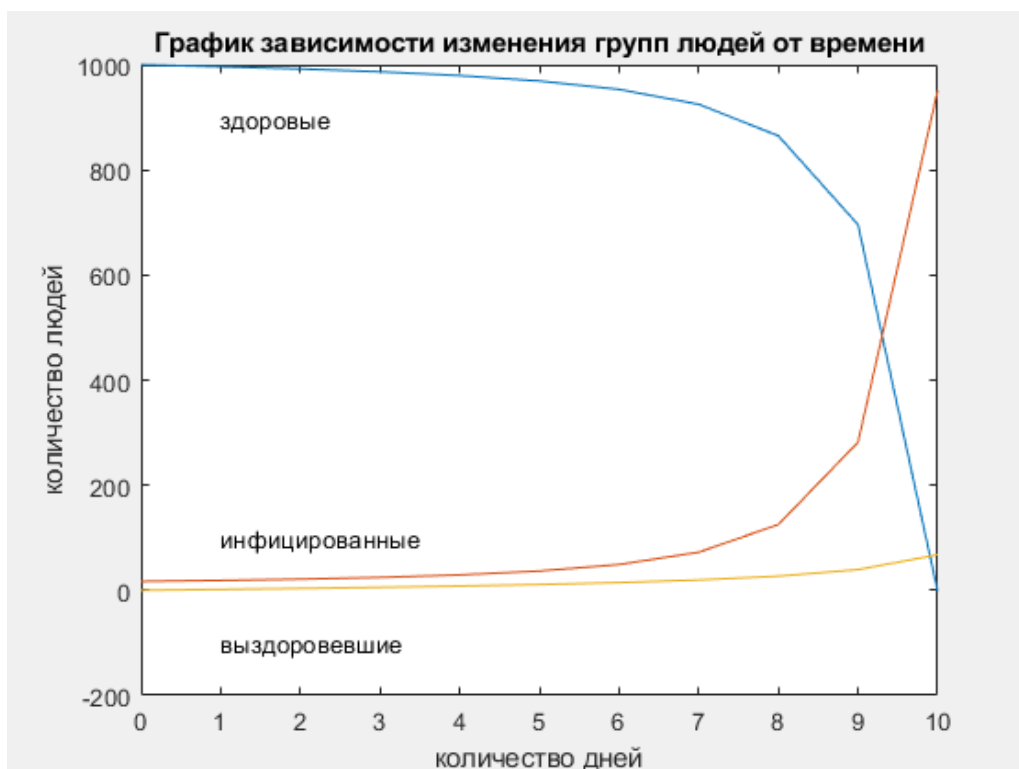


Рис. 2. График зависимости изменения групп людей от времени

На рисунке 2 видно, что при 80 лекциях и радио-, телепередачах в день из тысячи человек за 10 дней от 17 инфицированных заболеют все, при этом 67 человек выздоровеют.

Предположим, что стоимость одной лекции и радио-, телепередачи равна единице, а также стоимость ухода за инфицированными людьми равна единице. С учетом этих условий выполним расчеты и составим график роста стоимости эпидемии.

Как видно из рисунка 3, стоимость эпидемии прямо пропорционально зависит от количества инфицированных людей.

Возьмем следующие значения:

$x_0 = 1000$ — начальное количество здоровых людей,

$y_0 = 17$ — инфицированных,

$z_0 = 0$ — выздоровевших пока что нет,

$u_0 = 167$ — количество лекций, радио-, телепередач в день.

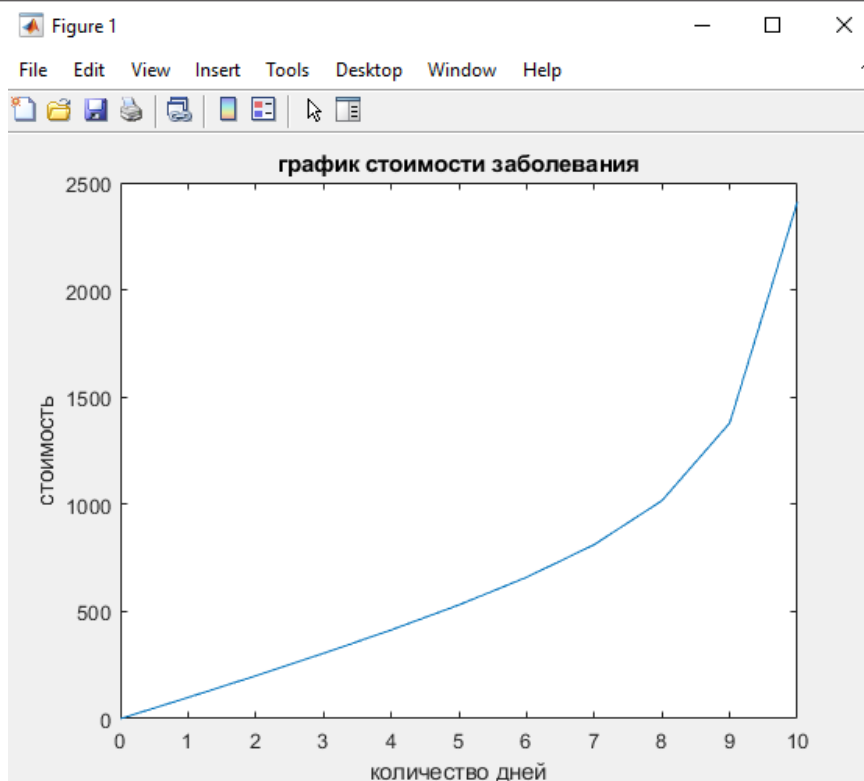


Рис. 3. Стоимость решения первого набора данных

На основании этих данных проведем вычисления и построим график зависимости изменения групп людей от времени. С такими входными параметрами получаем переходную точку, в которой посте-

пенно начинает уменьшаться количество инфицированных людей. Этот процесс может занять годы и потребует огромного количества ресурсов.

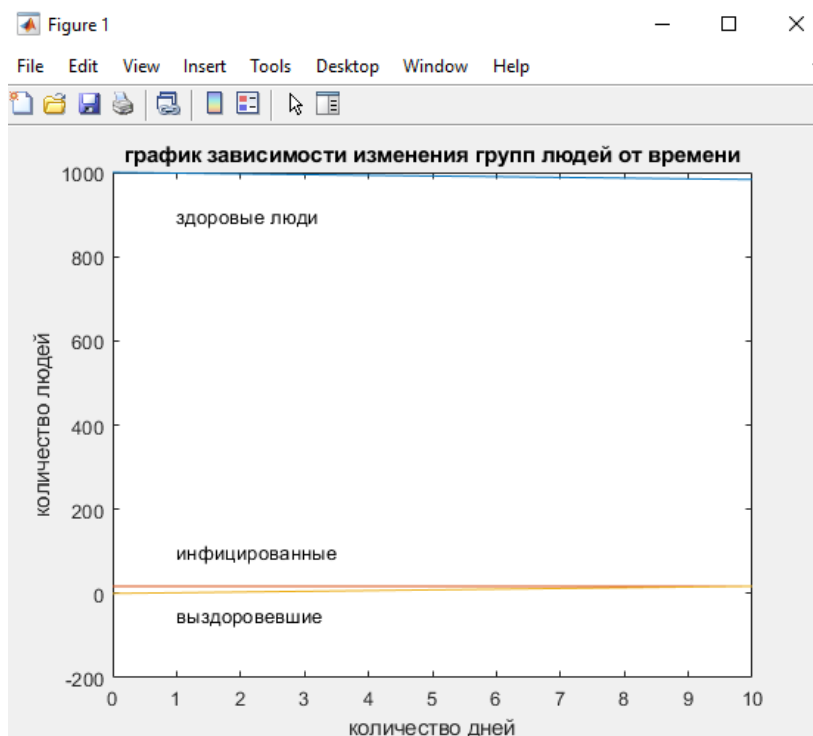


Рис. 4. График зависимости групп людей от времени во втором наборе данных

Рассмотрим процесс с другими входными данными:

$x_0 = 1000$ — начальное количество здоровых людей равно,
 $y_0 = 1000$ — инфицированных,

$z_0 = 0$ — выздоровевших пока что нет,
 $u_0 = 300$ — количество лекций, радио-, телепередач в день.

После вычисления получаем такой график

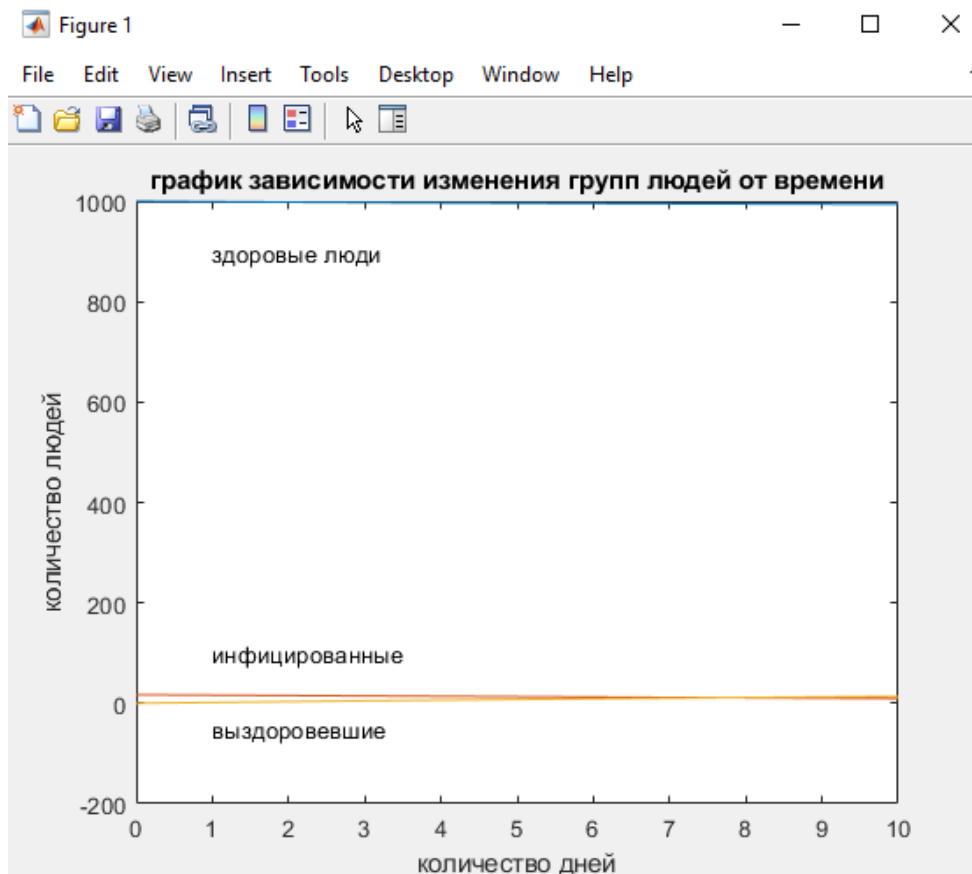


Рис. 5. График зависимости групп людей от времени в третьем наборе данных

С данными входными параметрами, очевидно, что за 10 дней количество инфицированных людей значительно уменьшилось, при этом за этот промежуток времени заразилось всего 7 человек. В целом этот вариант займет 51 день, потребует 15 250 денежных единиц и за это время заболеет всего 9 человек. Если увеличить отношение инфицированных людей к общему количеству здоровых и инфицированных людей, то придется подбирать большее значение для управляющей функции. Так, например, при параметрах

$x_0 = 1000$ — начальное количество здоровых людей равно,

$y_0 = 60$ — инфицированных,

$z_0 = 0$ — выздоровевших пока что нет

$u_0 = 300$ — количество лекций, радио-, телепередач в день

график зависимости изменения групп людей от времени будет иметь следующий вид

Заключение

В работе рассмотрены такие модели процесса распространения заболевания, как модель Барояна - Рвачева и вероятностно-популяционная модель. Проведена исследовательская работа по численному моделированию задачи управления процессом заболевания с помощью программы «Здоровье». Очевидно, что при выборе удачных входных данных и благоприятном стечении обстоятельств эта программа показывает довольно высокий уровень эффективности.

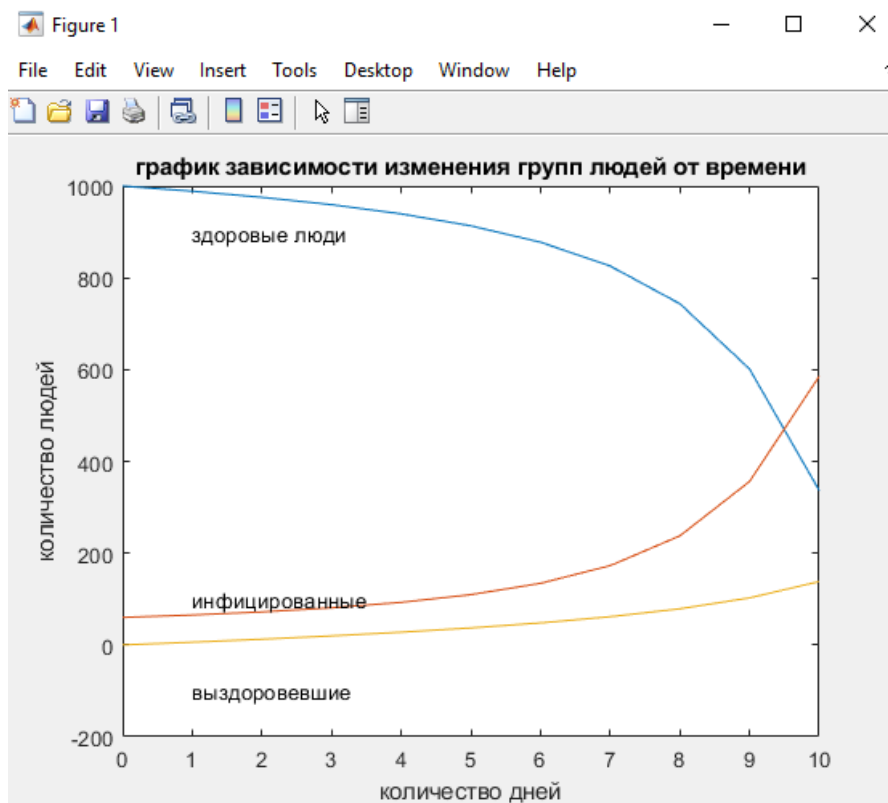


Рис. 6. График зависимости групп людей от времени в 4 наборе данных

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреева Е. А. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учеб. пособие / Е. А. Андреева, В. М. Цирулёва. — Тверь : Твер. гос. ун-т, 2001. — 576 с.
2. Кондратьев М. А. Применение агентного подхода к имитационному моделированию процесса распространения заболевания / М. А. Кондратьев, Р. И. Ивановский, Л. М. Цыбалова // Научно-Технические Ведомости СПбГПУ. Серия «Наука и образование». — 2010. — № 2-2 (100). — С. 189—195.
3. Кондратьев М. А. Методы прогнозирования и модели распространения заболеваний / М. А. Кондратьев // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5. № 5. — С. 863—882.
4. Кондратьев М. А. Разработка модели распространения инфекционных заболеваний на основе агентного подхода : автореф. дис. ... д-ра техн. наук / М. А. Кондратьев. — Санкт-Петербург, 2012.
5. Леоненко В. Н. Математическая эпидемиология : учебно-методическое пособие / В. Н. Леоненко. — Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2018. — 38 с.

6. Кондратьев М. А. Имитационное моделирование в медицине: многоагентная модель распространения гриппа / М. А. Кондратьев // Компьютерные инструменты в образовании. — 2011. — № 4. — С. 32—36.

LITERATURE

1. Andreeva E. A. Variational calculus and optimization methods : textbook. Manual / E. A. Andreeva, V. M. Tsuruleva. — Tver : Tver State University, 2001. — 576 s.
2. Kondratiev M. A. Application of the agent approach to the simulation modeling of the disease propagation process / M. A. Kondratiev, R. I. Ivanovsky, L. M. Tsybalova // Scientific and Technical Knowledge of SPbSPU. Series «Science and Education». — 2010. — № 2-2 (100). — P. 189—195.
3. Kondratiev M. A. Methods of forecasting and models of the spread of diseases / M. A. Kondratiev // Computer research and modeling. — 2013. — Т. 5. No. 5. — Pp. 863—882.
4. Kondratyev M. A. Development of a model for the spread of infectious diseases based on an agent-based approach : abstract of the

dissertation of Doctor of Technical Sciences / M. A. Kondratyev. — St. Petersburg, 2012.

5. *Leonenko V. N.* Mathematical epidemiology : an educational and methodological manual / V. N. Leonenko. — Saint-Petersburg : ITMO National Research University, 2018. — 38 p.

6. *Kondrat'ev M. A.* Imitatsionnoe modelirovanie v meditsine: mnogoagentnaya modeli rasprostraneniya grippa / M. A. Kondrat'ev // [Simulation modeling in medicine: a multi-agent model of the spread of influenza]. — 2011. — No. 4. — P. 32—36.

УДК 332.15

ОПТИМИЗАЦИЯ ЛАНДШАФТНО-ЭКОЛОГИЧЕСКОГО БАЛАНСА ПРИРОДНОЙ СРЕДЫ ВОРОНЕЖСКОЙ ОБЛАСТИ

Коды JEL: Q51, R 52, P28.

Недикова Е. В., доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой землеустройства и ландшафтного проектирования, Воронежский государственный аграрный университет, г. Воронеж, Россия.

E-mail: nedicova@yandex.ru

SPIN-код: 3960-4542

Куликова Е. В., кандидат биологических наук, доцент кафедры мелиорации, водоснабжения и геодезии, Воронежский государственный аграрный университет, г. Воронеж, Россия.

E-mail: milenica@mail.ru

SPIN-код: 6112-5333

Поступила в редакцию 01.03.2021. Принята к публикации 15.03.2021

Аннотация

Предмет. Природная среда, особо охраняемые природные территории, ландшафтно-экологический баланс, видовое и биологическое разнообразие.

Тема. Ландшафтно-экологический баланс территории, его анализ и оптимизация.

Цель. Разработать рекомендации по формированию и оптимизации ландшафтно-экологического баланса Воронежской области.

Методология. Методы сравнительного и логического анализа при формировании и оптимизации природной среды Воронежской области.

Результаты. Предложены рекомендации по формированию и оптимизации ландшафтно-экологического баланса природной среды Воронежской области, который основывается на расширении и укрупнении особо охраняемых природных территорий. Особое внимание при этом следует уделять проектированию малоразмерных объектов территориальной организации ландшафтов Воронежской области, которые усиливают стабилизирующую функцию ландшафтно-экологического баланса природной среды и способны положительно влиять на сельскохозяйственные ландшафты.

Области применения. Практики и экономика природопользования.

Выводы. Выявлено, что оптимизация ландшафтно-экологического баланса природной среды Воронежской области базируется на основе развития сети особо охраняемых природных территорий. Планирование и конструирование естественных и искусственно созданных ландшафтов должно обеспечить оптимальное экологическое состояние и устойчивость развития данной территории. Базовыми составными частями ландшафтно-экологического баланса природной среды для условий Воронежской области выступают охраняемые природные территории. Основными составными частями является ядра, экологические коридоры, буферные зоны и объекты охраны природы. Следует помнить, что каждая группа представленных элементов, а также отдельные элементы должны выполнять средообразующие и средостабилизирующие функции, поэтому основную роль при формировании и оптимизации ландшафтно-экологического баланса территории воз-