

АНАЛИЗ, МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

УДК 514.85

*Т. М. Белоусова,
Е. Л. Кузьменко,
С. В. Кузьменко,
Е. М. Лещенко*

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОГО ГРАФИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ¹

Аннотация: в статье анализируются методологические подходы начертательной геометрии и компьютерного графического моделирования. Исследуется последовательность операций выполнения геометрической модели тела традиционными способами и средствами компьютерного графического моделирования.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, компьютерная графика, булевы операции, дерево построения.

UDC 514.85

*T. M. Belousova,
E. L. Kuzmenko,
S. V. Kuzmenko,
E. M. Leschenko*

GEOMETRIC BASIS OF COMPUTER GRAPHIC MODELING

Abstract: the article analyzes the methodological approaches of descriptive geometry and computer graphic modeling. Much attention is given to investigation of obtaining different geometric forms based both on traditional methods of descriptive geometry and on 3D computer graphics.

Keywords: geometric modeling, computer graphics, Boolean operations, construction tree.

DOI: 10.22394/1997-4469-2020-48-1-152-158

Введение

Все изделия в процессе их изготовления должны быть описаны определёнными геометрическими параметрами. Для геометрического описания изделий в течение долгого времени использовались методы, разработанные в Евклидовой геометрии, начертательной и аналитической геометрии. Геометрическое моделирование изделий осуществлялось путем выполнения чертежей с помощью чертежных инструментов на бумаге и путем произведения необходимых расчетов.

Появление и развитие информационных технологий позволило объединить вопросы геометрического моделирования и вычислительной геометрии с использованием ана-

литического описания геометрической информации. Примечательно, что методологические подходы начертательной геометрии и компьютерного графического моделирования весьма схожи.

Геометрические основы компьютерного моделирования

Основными задачами геометрического моделирования являются:

1. Построение геометрических объектов. Необходимо для описания с помощью моделей формы и размеров конструкции и ее элементов, а также исследования ее геометрических и физических свойств.

2. Преобразование геометрических объектов. Модели в САПР изменяют в процессе проектирования, исходя из эксплуатационных, прочностных, эстетических и других требований к разрабатываемым конструкциям.

¹ Публикация статьи обусловлена актуальностью перехода к организации производства в цифровом формате

3. Построение проективных изображений. Объемные трехмерные модели могут быть отображены устройствами ввода-вывода только в виде плоских проекций, поэтому в зависимости от вида требуемых изображений применяют те или иные способы проецирования объектов.

4. Построение геометрических примитивов.

Совокупность геометрических элементов, которые являются элементами геометрической модели изделия, определяют геометрию модели. Наименьшие, неделимые с точки зрения прикладных программ, элементы, которые используются в качестве базовых для построения более сложных изображений и используются для создания моделей, называются геометрическими примитивами.

Для создания трехмерной модели используются геометрические примитивы:

- двумерные элементы;
- поверхности (плоскости, поверхности, представленные семейством образующих, поверхности вращения, криволинейные поверхности);
- объемные элементы (параллелепипеды, призмы, пирамиды, конусы, произвольные многогранники и т. п.).

Из этих элементов с помощью различных операций формируется внутреннее представление модели.

Примитивы определяются параметрами и атрибутами. Параметры — это величины, определяющие форму, размеры и место расположения примитива. Атрибуты — визуальные

свойства (видимость, яркость, цвет, режим мерцания, вид линии, ее толщина) и статус примитива по отношению к различным операциям. Статус примитива по отношению к различным операциям определяет возможность (или невозможность) преобразования примитива (поворот, сдвиг, масштабирование и т. д.) [1].

При выполнении геометрических моделей изделия как традиционным способом — вычерчиванием на бумаге, так и с помощью компьютерного графического моделирования, используются булевы операции — совокупность действий над одним или несколькими исходными телами, которая приводит к созданию нового геометрического тела. Булевыми операциями называют операции объединения, пересечения и вычитания тел, так как они выполняют одноименные операции над множествами точек пространства, находящимися внутри тел.

Последовательное выполнение булевых операций над геометрическими телами для получения модели с заданными геометрическими характеристиками можно рассмотреть на примерах, взятых из разработанного авторами учебного пособия [2].

Например, необходимо получить геометрическую модель изделия, показанного на рис. 1. Будем рассматривать последовательно операции выполнения геометрической модели тела традиционными способами с помощью выполнения аксонометрической проекции и с помощью компьютерного графического моделирования в системе Компас-3D.

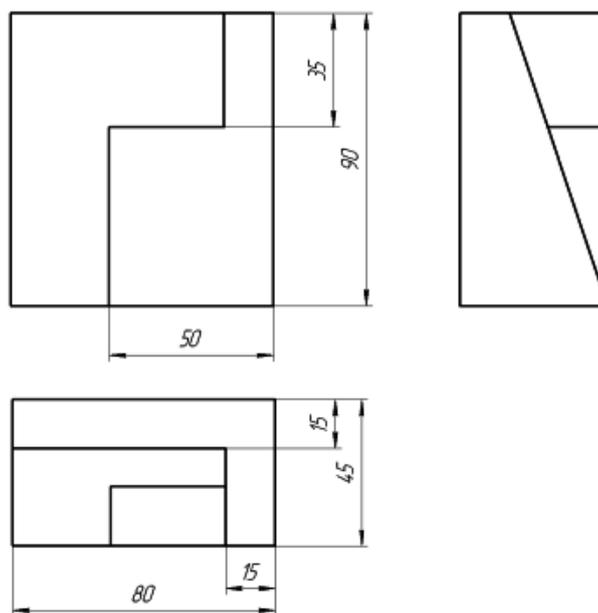


Рис. 1. Чертеж геометрического тела

Анализ чертежа показывает, что габаритными размерами геометрического тела являются 80x45x90. Этими размерами обладает базовое геометрическое тело — пря-

моугольная призма, множество точек которой обозначим S_1 . Построение модели заданного тела начнем с построения призмы (рис. 2).

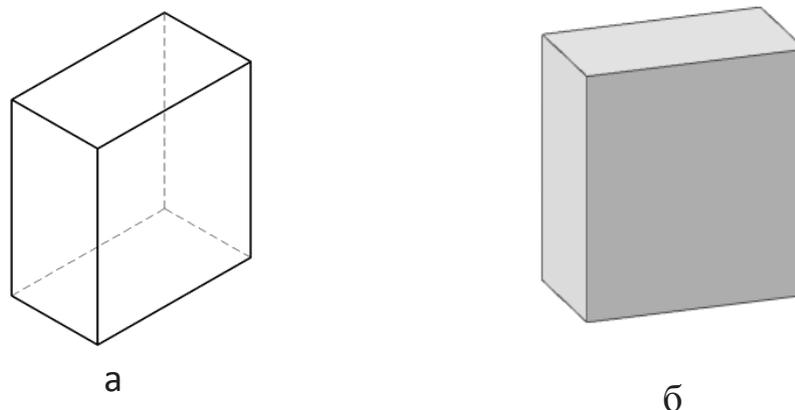


Рис. 2. Графическая модель базового геометрического тела
а — изометрическая проекция, б — трехмерная модель

Второй и третий этап построения — последовательное выполнение булевых операций вычитания. Таким образом, результатом выполнения этих операций будет геометрическое тело S , полученное путем вычитания из базового тела S_1 тел S_2 и S_4 . Тело S_3 — результат вычитания $S_1 - S_2$.

$$S_1 - S_2 = S_3$$

$$S = S_3 - S_4$$

Вычитаемое тело S_2 и полученное в результате операции вычитания геометрическое тело S_3 показаны на рис. 3.

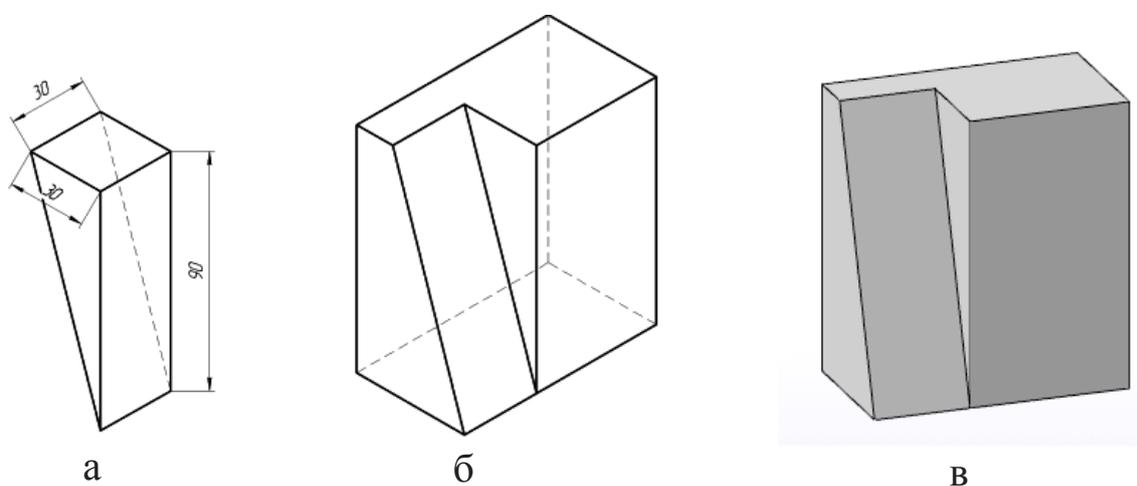


Рис. 3. Результат булевой операции вычитания
а — вычитаемое тело, б — изометрическая проекция,
в — трехмерная модель полученного геометрического тела

Суть булевой операции вычитания состоит в том, что мы находим линию пересечения тел, удаляем ту часть первого тела, которая попала внутрь второго, и ту часть второго тела, которая не попала внутрь первого, а из всего остального строим новое тело [3].

Операцию вычитания начинают с построения линии пересечения каждой грани первого тела с каждой гранью второго тела. Алгоритм пересечения поверхностей гранных тел будет выглядеть следующим образом.

Грани первого тела можно описать поверхностями

$$P_i(u_i, v_i), i = 1, 2, \dots, n,$$

при этом грани второго тела описываются выражением

$$R_j(a_j, b_j), j = 1, 2, \dots, m,$$

где u, v, a, b — скалярные аргументы.

Область изменения параметров плоскостей граней представляет собой произвольную связную двухмерную область на плоскости uv , ограниченную двумерными контурами

$$c_i(t_i), t_{\min} \leq t \leq t_{\max}, i = 1, 2, \dots, n,$$

Параметры поверхности являются координатами некоторой двумерной точки на параметрической плоскости, принадлежащей заданной плоскости

$$p = [u \ v]^T,$$

где координаты точки записаны в виде транспонированной матрицы.

Тогда линии пересечения граней первого и второго тел можно выразить следующим образом:

$$l_{uv}(t) = [u_i(t) \ v_i(t)]^T, l_{uv}(t) \in P_i(u_i, v_i),$$

$$l_{ab}(t) = [a_j(t) \ b_j(t)]^T, l_{ab}(t) \in R_j(a_j, b_j),$$

При построении линий пересечения им задается направление векторного произведения нормали грани первого тела с нормалью грани второго тела.

$$t_{\text{edge}} = m_p \cdot m_s$$

Направление линии пересечения определяется признаком совпадения производной линии пересечения с требуемым направлением. Линии пересечения должны быть построены так, чтобы они полностью принадлежали граням исходных тел. После построения линий пересечения необходимо удалить те ребра и грани первого тела, которые попали внутрь второго тела, а также и внешние грани и ребра второго тела.

В результате второй последовательной булевой операции вычитания получаем заданную геометрическую модель (рис. 4).

Как видно из представленных чертежей, выполнение компьютерной трехмерной модели и изометрической проекции производится по схожим алгоритмам, то есть дерево построения той и другой модели будут одинаковы. Структура дерева построения модели содержит данные об исходных телах, произведенных булевых операциях, и о конечной модели изделия (рис. 5).

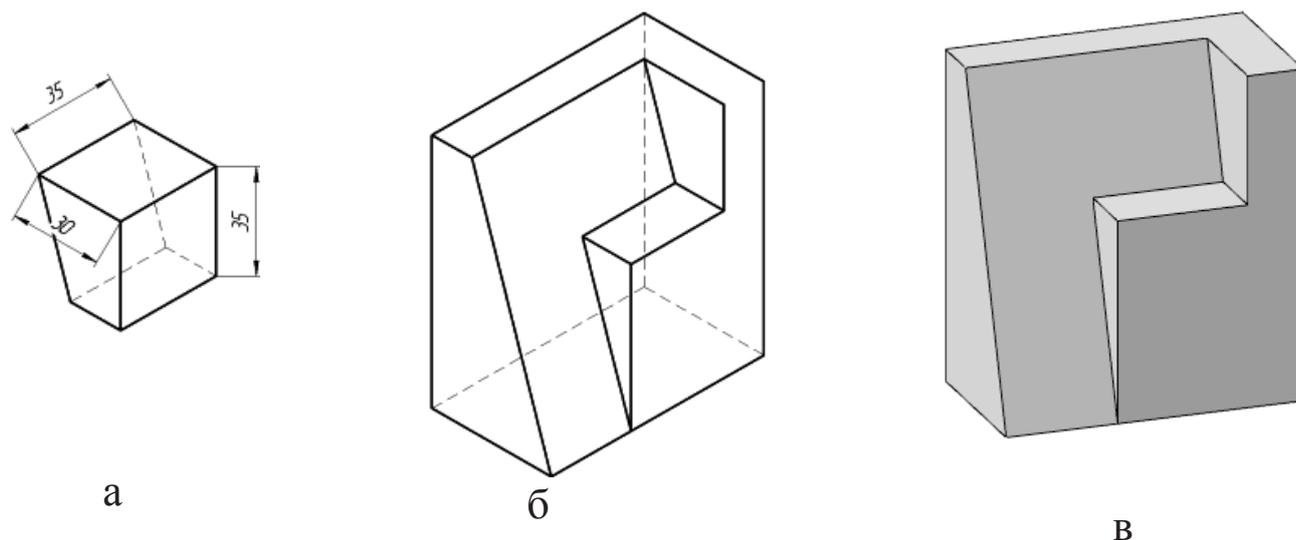


Рис. 4. Результат второй булевой операции вычитания
 а — вычитаемое тело S_4 ,
 б — изометрическая проекция,
 в — трехмерная модель заданного геометрического тела S

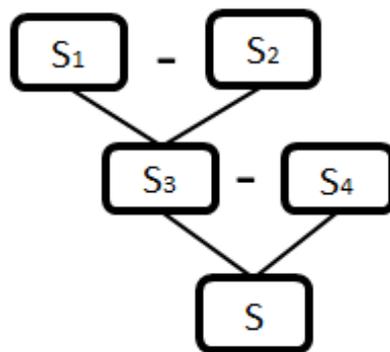


Рис. 5. Дерево построения модели с помощью двух булевых операций вычитания

При выполнении моделей сложных технических деталей дерево построения должно быть продумано заранее для выбора наиболее оптимального пути решения задачи. Для этого геометрическая форма детали подвергается тщательному анализу.

На рис. 6 показана модель технической детали «Корпус», состоящая из 11 элементов, имеющих различную геометрическую форму: 1, 6 — призмы, 2, 3, 4 — цилиндры, 5 — сфера, 7, 8, 9, 10, 11 — цилиндрические отверстия.

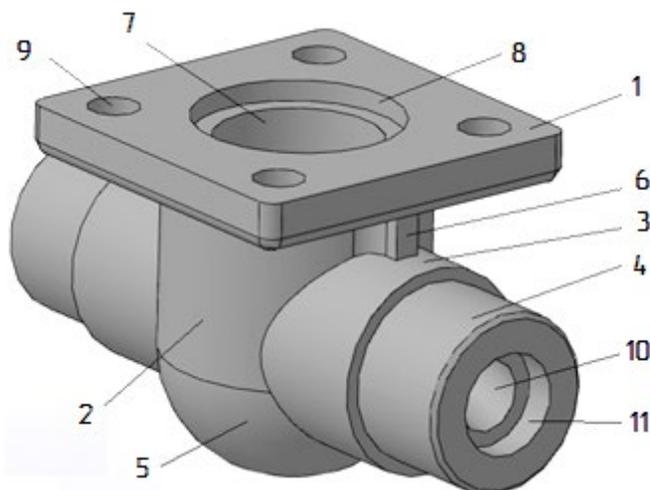


Рис. 6. Трехмерная модель технической детали «Корпус»

Для выполнения данной компьютерной графической модели детали выполняются булевы операции объединения, пересечения и вычитания тел.

Базовое тело — исходное, на основании которого производятся все дальнейшие операции, является, как правило, наиболее крупным элементом детали, либо тем, грани которого принадлежат или параллельны плоскостям проекций. В данном случае таким базовым телом является призма 1.

Упрощенно дерево построения модели с помощью булевых операций объединения (\cup) и пересечения (\cap) можно представить следующим образом (рис. 7).

Схема демонстрирует последовательность выполнения булевых операций для создания

модели детали S. В данной схеме не учитывались выполнение мелких элементов — фасок и скруглений, которые выполняются с помощью булевой операции вычитания.

Дерево построения (конструирования) в системе трехмерного твердотельного моделирования представлено на рис. 8. Оно также демонстрирует последовательность выполнения булевых операций для создания модели детали S, причем последовательность может варьироваться от особенностей системы моделирования и личных особенностей проектировщика. На рисунке 8 последовательность конструирования модели детали «Корпус» выглядит следующим образом: цилиндр 2 (бобышка-вытянуть 1), сфера 5 (купол 1), призма 1 (бобышка вытянуть 2), цилиндрические

Геометрическая модель позволяет автоматизированным способом построить чертеж этого изделия. Инженер-конструктор с помощью панели инструментов для создания чертежа выполняет те же действия, что и на бумаге: осуществляет выбор формата чертежа, компоновку необходимых видов, простановку размеров, заполнение основной надписи и так далее.

Система автоматизированного проектирования (САПР) поддерживает связь между элементами, которая гарантирует, что изменения, сделанные в геометрической модели автоматически выполняются на чертеже и наоборот.

Заключение

Геометрическое моделирование — моделирование объектов различной природы с помощью геометрических типов данных — значительно упрощает процесс проектирования и является настоящим прорывом в конструировании и производстве изделий. В связи с этим, возникает острая необходимость в современных специалистах, подготовка которых включает обязательное освоение графических систем, позволяющих в режиме реального времени создавать трехмерные геометрические модели деталей и сборочных единиц. На базе созданных моделей автоматизированным способом разрабатываются высококачественные чертежи в соответствии с требованиями государственных стандартов. Способность разрабатывать с использованием информационных технологий конструкторско-техническую документацию для производства новых или модернизируемых образцов изделий — необходимая компетенция будущего специалиста — инженера.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чемпинский Л. А.* Основы геометрического моделирования в машиностроении: конспект лекций / Л. А. Чемпинский. — Самара : Изд-во Самарского университета, 2017. — 160 с.

2. *Белоусова Т. М.* Начертательная геометрия. Инженерная графика. Геометрическое и проекционное черчение / Т. М. Белоусова, И. М. Рюмин, Г. Ж. Койбаков. — Воронеж : типография ВАИУ, 2010. — 69 с.

3. *Голованов Н. Н.* Геометрическое моделирование / Н. Н. Голованов. — М. : Издательство Физико-математической литературы, 2002. — 472 с.

Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж

Белоусова Т. М., кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры общепрофессиональных дисциплин

E-mail: t-belousova@mail.ru

Кузьменко Е. Л., кандидат педагогических наук, доцент кафедры общепрофессиональных дисциплин

E-mail: elenaKuzmenko@mail.ru

Кузьменко С. В., кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной механики

E-mail: kut-en-ko@mail.ru

Леценко Е. М., доктор технических наук, профессор, старший научный сотрудник НИО

E-mail: l.e.m@bk.ru